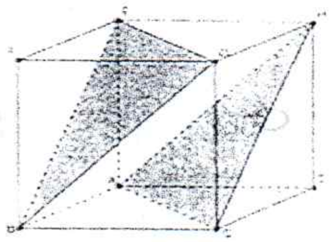
Lycée : Pilote Siliana **Prof : H –Jalloul**	***Série d' exercices***	**Classe 4èmeMath** **2018 / 2019**

Exercice 1

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $(A, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

Soit ABCDEFGH le cube tel que

$\overrightarrow{AB} = 6\vec{i}$, $\overrightarrow{AD} = 6\vec{j}$ et $\overrightarrow{AE} = 6\vec{k}$.



On désigne par P le plan (ACH) et par Q le plan (EGB).

1) a) Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{AH}$.

b) En déduire une équation du plan P.

c) Montrer que les plans P et Q sont parallèles et donner une équation du plan Q.

2) Soit S la sphère d'équation $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 2z = 0$

a) Déterminer le rayon de S et les coordonnées de son centre I.

b) Soit J le projeté orthogonal de A sur le plan Q. Montrer que [AJ] est un diamètre de S

c) Montrer que la sphère S est tangente à chacun des deux plans P et Q.

3) Soit t la translation de vecteur $\vec{U} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}$.

a) Soit A' et J' les images respectives de A et J par t. Déterminer les coordonnées de A' et J'.

b) Déterminer S' l'image de la sphère S par t.

c) Montrer que S' est tangente aux deux plans P et Q et déterminer leurs points de contact.

Exercice2:

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$.

On considère les points $I(1,1,0)$, $J(0,1,1)$ et $K(1,0,-1)$.

1) a) Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{IJ} \wedge \overrightarrow{IK}$.

b) En déduire que les points I, J et K déterminent un plan P dont une équation est $x - y + z = 0$.

2) Soit le point $S(1,-1,1)$. Montrer que le volume du tétraèdre SIJK est égal à $\frac{1}{2}$.

3) Soit la droite Δ passant par I et parallèle à la droite (JK) et soit M un point quelconque de Δ.

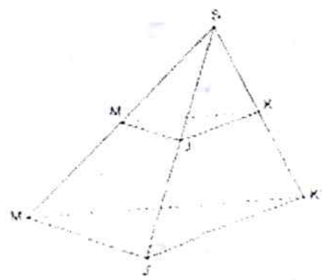
a) Montrer que $\overrightarrow{MJ} \wedge \overrightarrow{MK} = \overrightarrow{IJ} \wedge \overrightarrow{IK}$.

b) Déterminer alors le volume du tétraèdre SMJK.

4) Soit h l'homothétie de centre S et de rapport 2.

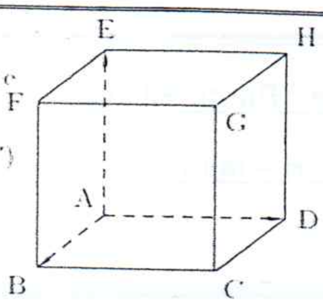
a) Déterminer une équation du plan P' image du plan P par h.

b) Le plan P' coupe les demi-droites [SM), [S J) et [S K) respectivement en M', J' et K'.



Montrer que le volume du solide MJKM'J'K' est égal à $\frac{7}{2}$.

Exercice3:

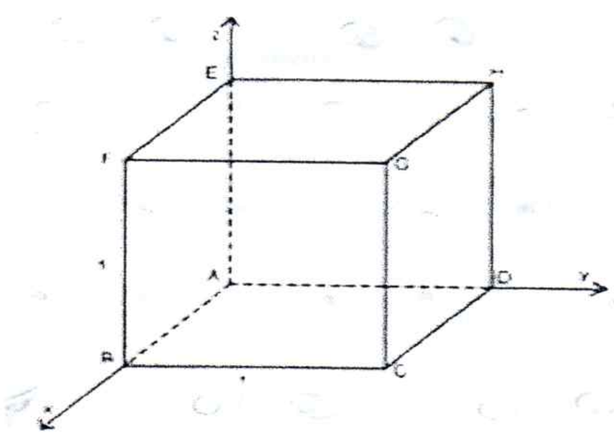


L'espace est orienté dans le sens direct. ABCDEFGH est un cube d'arête 1 et J est le milieu de [AB].
Le plan $\mathscr{P}$ passant par J et parallèle au plan (ACF) coupe la droite (BC) en K.
Soit h l'homothétie de centre B et qui transforme A en J.

1. Déterminer le rapport de h.
2. (a) Déterminer l'image par h du plan (ACF).
   (b) Déduire que h(C)=K.
3. On muni l'espace du repère orthonormé direct $\left(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$.
   (a) Calculer $\overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{AF}$ puis déduire qu'une équation cartésienne du plan (ACF) est $x - y - z = 0$.
   (b) Calculer le volume $\mathcal{V}$ du tétraèdre ACFH.
   (c) En déduire le volume $\mathcal{V}'$ du tétraèdre image du tétraèdre ACFH par l'homothétie h.
4. Soit (S) la sphère de centre B et passant par D. Montrer que le plan (ACF) coupe (S) suivant un cercle $\mathscr{C}$ dont on précisera le centre ω et le rayon r.

Exercice4:

Soit ABCDEFGH un cube d'arête 1 .On munie l'espace du repere orthonormé direct ($A, \vec{AB}, \vec{AD}, \vec{AE}$)



1) Determiner les coordonnes des points F ,C et H
2) Donner une representation parametrique de la droite (BH)
3) a) Calculer $\vec{AC} \wedge \vec{AF}$
   b) En déduire qu'une équation cartesienne du plan (ACF) est $-x+y+z=0$
   c) Determiner les points W de la droite (BH) tel que le volume ACFW est egale a $\frac{11}{6}$
4) On désigne par P le centre de geravité du triangle HGF et Q le centre dee gravité du triangle FBG

   Soit K le milieu de [FG] et h l'homothetie de centre K et de rapport $\frac{1}{3}$

a) Montrer que h(H)=P et h(B)=Q
b) Donner l'éxpression analytique de h
c) Montrer que l'image du plan (ACF) par h est le plan R d'équation cartesienne : $-x+y+z-\frac{1}{3}=0$
d) Vérifier que (BH) est perpendiculaire a (ACF) en un point N que l'on determinera les coordonnées
e) En déduire que (R) est perpendiculaire a (PQ) en un point N' que l'on determinera les coordonnées
f) Donner une equation de la sphere S de centre B et tangente au plan (ACF)